кавалер — преподаст: студентам 1-го разряда геометрию, плоскую и сферическую тригонометрию, по своим тетрадям; студентам 2-го разряда аналитическую геометрию, вычисление приращений, дифференциальное и для студентов 3-го разряда интегральное и вариационное исчисление и применение аналитики к геометрии, — первые исчисления по Лакруа, последнее по Монжу. Сверх того для студентов 1-го и 2-го разрядов физику, следуя сочинениям Биота, Пети и Фурье, и, наконец, для студентов 3-го разряда сферическую и теоретическую астрономию, руководствуясь сочинениями Деламбра [стр. 3—4].

Университетские заведения [. . .]

IV. Обсерваторию покажет профессор Лобачевский [стр. 13].

«Расположение лекций и предметов учения в императорском Казанском университете, имеющих начаться с 18 августа сего 1824 года по 28 июня 1825 года, по назначению Совета», Казань, 1824, стр. 3—4 и 13; ср. «Николай Иванович Лобачевский. Речь, произнесенная в торжественном собрании императорского Казанского университета 22 октября 1893 г. профессором А. Васильевым», Казань, 1894, стр. 26—27.

218

Конспект Н. И. Лобачевского по преподаванию чистой математики в Казанском университете в 1824—1825 учебном году

Около 18 августа 1824

Обозрение преподавания чистой математики на 1824—1825 год

I. Способ преподавания вообще.

Анализу одолжена математика блистательными ее успехами нынешнего времени. Это превосходное изобретение человеческого ума заключается в том, что здесь все определяется в числах, все качества и соединения выражаются знаками, все отношения представляются уравнениями, откуда наконец берется уже и решение всякого вопроса. Напротив в другом способе, геометрическом, представляют всё в линиях, или поверхностях, или под видом тел, и на чертеже ищут отношения между линий и решения вопроса. Геометрический способ бывает всего чаще вместе и синтезом, то есть составлением: зная истину, продумывают геометрическое строение для ее доказательства. Аналитической способ ведет прямо к открытию истин, в нем всегда одинаковой приступ к решению, самые решения обширны, а уравнения, которые выражают зависимость количеств друг от друга, заключают уже в себе все нужное для полного ответа на вопросы, освобождают от рассмотрения качеств количеств и подчиняют ход задачи действиям всегда одинаковым, прямым, кратким. Главная трудность анализа происходит от обширности и отвлеченности понятий: воображение не останавливается на чем-нибудь единственном, но принуждено обнимать много предметов вдруг; суждение должно принадлежать им всем вместе; избирая же частной случай, можно справедливо опасаться приписать то многим, что исключительно принадлежит одному. Кроме того, еще невыгода анализа, что помощию его находят одни числа, а следовательно, заключения его должны быть прежде еще истолкованы: числа стать телами, временем или силами природы, знаки показать их качество и зависимость. Такого рода трудности возрастают с обширностию аналитических решений, но они могут быть побеждены искусством преподавания и упражнением, а в особенности большую услугу оказывают примеры частных случаев, выбранные так, чтоб они могли быть образцом для всех других. Как бы то ни было, но как математика возведена на высокую степень, где она теперь находится, единственно анализом и геометрической способ давно уже оказался недостаточным, то необходимо в университетах должно следовать аналитическому и даже в самых началах, чтоб сделать преподавание одинаковым и приучить к нему заранее. Действительно, способность к отвлечениям увеличивается от времени и постепенно непрестанным упражнением. Посему надобно, чтоб поступающие в университет были хорошо приготовлены в первых началах анализа, алгебре, были бы тверды в ее правилах и действиях, тогда можно с ними продолжать следовать тому же способу, и разумеется, чем он обширнее, тем он лучше, потому, что обнимает более предметов и сокращает время учения. Последнее обстоятельство весьма важно, потому что студент оканчивает курс в три года, посещая математические лекции один раз в неделю и учившись вместе и всем прочим наукам сего Отделения, а также и многим из других Отделений. Столь малое время для занятий чистой математикой, самой трудной наукой, заставляло меня всегда заботиться доставить студентам различных разрядов возможность посещать лекции одного другому. Кроме того, желательно было бы, чтоб в университете читали аналитическую механику и все применения чистой математики к физическим наукам пространнее, нежели это может сделать профессор чистой математики, дорожа краткостию времени при обширности собственно своей науки.

Анализ предполагает уж сделанным измерение тел, времени, сил, или по крайней мере измерение возможным, а способ к тому известным. Действительно, в анализ входят одни числа, которые представляют меру всякого количного, а не самые количные. Итак необходимо должны существовать такие части математики, где нет места анализу. Они должны быть отделены и продолжаться не далее, покуда измерение будет найдено; а там уступить уже превосходству анализа. Строгой разбор в этом отношении сохранит весьма много начала геометрии и механики.

Аналитической способ различается большею и меньшею обширностию. Для преподавания должно всегда предпочитать более общий способ по причинам, которые сами по себе ясны, лишь бы слушатели были приготовлены понимать его. Однакож слишком обширной анализ не без выгод, именно с ним представляется всегда затруднительное применение к частным случаям; наконец, для малого дела не надобно, так сказать, поднимать тяжелого орудия. Простейшие, обыкновенные случаи, думаю, должны быть рассмотрены особо по способам стольже простым, как они сами, что будет служить вместе приготовлением к дальнейшему и для показания согласия во всех вычислениях математики. Даже иногда несправедливо, нарушая порядок в предметах, оставлять что-нибудь для высшего анализа, чтобы могло и более в своем месте быть сделано при средствах менее затруднительных, более очевидных, хотя бы и более пространных.

Анализ разделяют на высший и начальной (élémentaire). Первой требует пособия дифференциального исчисления, последний одних алгебрагических действий и может быть посему назван алгебрагическим анализом, какое название и дано ему г-м Коши (Cours d'analyse algébrique par Cauchy), разумея под алгеброй ту часть аналитики, куда не входит дифференциальное исчисление. Превосходство высшего анализа всем уже известно, и что многое, весьма легкое в дифференциальном исчислении, бывает чрезвычайно затруднительно с помощию одной алгебры, а часто и невозможно.

Между тем нельзя не согласиться, что геометрической способ не был иногда простее и короче аналитического; но однакож это в единственных только случаях, да и на них указывает тот же анализ. Об них должно упоминать в преподавании.

II. Порядок в преподавании.

Между науками Физикомат[емат]ического отделения занимает главное место чистая математика, как необходимое пособие и основание для всех других. Согласно высокой цели университета требуется, чтоб слушатели достигали высших познаний; а в математике это ведет за собою обширное преподавание, потому, что здесь нельзя довольствоваться одним изложением истин, а должно утвердить их неоспоримо, убедить в них несомнительно; наконец, чтоб притти к последним, нельзя миновать на пути ни одной; даже для понятия математической истины надобно знать ей предшествующие, строго в них увериться. Чтоб увеличить занятие студентов в математике, я предложил впредь разделять преподавание на три части: алгебра, геометрия и дифференциальное исчисление. Первые две читаются вместе для слушателей младших разрядов в два года и требуют только тех познаний, с которыми должны уже они приходить в университет. Они так расположены, что всё равно, в каком бы порядке их ни читать одна за другою. Такое соединение делает обе части вдвое обширнее, а слушатели учатся им вдвое более времени. Не переставая различать младших от старших, назначается преимущественно для первых все то, что может назваться более начальным, а в занятиях вторых могут даже участвовать и студенты третьего разряда, предоставляя им на волю и имея в виду тех из них, которые исключительно посвящают себя математике, чтоб они могли повторять, раз уже ими слышанное, и более в том усовершенствоваться. Для младшего разряда студентов читается еще то, что служит дополнением к их познаниям в алгебре и чего обыкновенно не достает в гимназическом учении, именно: счет непрерывных дробей, главнейшие свойства целых чисел, столько нужные для всякого вычисления, разрешение уравнений в целых числах, о корнях уравнений, а в особенности о корнях воображаемых.

Дифференциальное исчисление представляется студентам в виде особенного вычисления функций; потом изъясняется им, что этот переход функций выражает известную зависимость величин геометрии и механики, так что сюда относятся и вообще все задачи об измерении пространства и сил. Интегральное исчисление предлагается сколько можно последовательно (систематически), присоединяя сюда решение весьма многих задач геометрии и механики для упражнения. Варьяционное исчисление, как одна обширная задача, после изъяснения способа состоит единственно в примерах, которые всего более берутся из механики.

III. Предметы преподавания.

В этот год будет читано только дополнение из алгебры к тому, чему студенты учились в гимназиях или других заведениях до вступления их в университет. Предметы и способ преподавания должны уже заключать в себе то достоинство, которое отличает единое учение в университете от учения в нисшем разряде училищ. Способ преподавания начинается уж тот, которой будет служить и в продолжении. Предметы учения предполагают употребление их в последствии и приготовляют к достижению высших познаний в математике. Они заключаются в следующем:

1. Счет непрерывных дробей.
2. Свойства целых чисел.
3. Разрешение уравнений первой степени в целых числах.
4. О воображаемых степенях.
5. О корнях уравнений.
6. Вычисление помощию бесконечных строк.

Изъяснив означение непрерывных дробей, покажу составление приближенных дробей, их свойства; применения и исследования, относящиеся к свойствам целых чисел, выражать содержания в кратчайших числах. Разрешение в целых числах уравнений, когда неизвестных более, нежели уравнений.

Бесконечные строки служат для вычислений, когда они исчезают (convergent). Средства узнавать исчезающие строки. Различная точность вычисления по бесконечным строкам. Способ неопределенных множителей разлагать функции в строки. Примеры для употребительнейших функций: степеней, показательных функций, логарифма. О тригонометрических функциях, их разложении в строки.

О воображаемых количих, обращая в особенности внимание на употребление их в вычислениях.

Все сии предметы проходятся однакож кратко, а предполагается уже в следующий год говорить об них обширнее и присоединить сюда прочие статьи алгебры.

Геометрическая часть будет заключать в себе: начала геометрии, прямолинейную и сферическую тригонометрию, аналитическую геометрию.

Начала геометрии казались некоторым столь легки, что они предлагали проходить их прежде арифметики и алгебры. Однакож естьли в математике строгость необходима, то начала геометрии представляют трудности, которые должно встретить зрелому уму, суждением укрепленным предшествовавшим уже учением математики. Не указать на них, значило бы сделать важное опущение в преподавании, потому что воспитанники университета готовятся сами быть наставниками, чрез них ожидают распространения просвещения, что они могут вести его и далее, а следовательно, они должны учиться всему основательно.

Во-первых троякое измерение тел толкуется обыкновенно недостаточно. Нельзя дать ясного понятия о длине, ширине, толщине тел, когда с этого начинают геометрию. Естьли собственные чувства предохраняют от ложных заключений в продолжении геометрии, то все остается желать избавить одну из частей математики от нарекания погрешать против обыкновенной своей строгости, быть темной и недостаточной в самых основаниях. К тому ж, кто знает, какие от нас скрыты истины в том, чего мы не понимаем?

Я думаю, что в геометрических телах рассматривается то свойство тел природы, которое называют *прикосновением.* Тела одинаковы геометрически те, которые наполняют одно место, которых одинаково прикосновение к окружающему пространству. В этом только отношении измеряются тела в геометрии, и это свойство тел должно быть ее предметом. Рассмотрим теперь, в чем должны заключаться ее основания.

Точные науки отличаются тем, что в начале их полагаются те понятия, откуда производится все учение силою нашего суждения. Основания физики бывают достаточные ее предположения; в чистой математике они должны быть несомнительные для нас истины, первые наши понятия о природе вещей, которые, будучи раз приобретены, сохраняются навсегда, которые неразлучны с каждым умственным представлением и служат первым основанием всякого суждения о вещах: таковы то должны быть и основания геометрии. Далее, начальные понятия применяются прямо к природе и тем самым отличаются от составных, которые необходимо требуют существования других, откуда бы они происходили. Поверхности и линии не существуют в природе, а только в воображении: они предполагают, следовательно, свойство тел, познание которых должно родить в нас понятия о поверхностях и линиях. Никто до сих пор не предпринимал труда восходить к сим источникам, и основания геометрии остаются темными; а после этого не мудрено, что в ней и многое не выдержит строгого разбора. Итак, кстати здесь признаться, что развитие ума, естьли так называть приобретение способности судить при твердых основаниях, разделяет участь общую всему человеческому, бывает несовершенно, и чем далее идет, тем требует более пособия, а наконец, помощи всего нашего просвещения.

Думаю, что основания геометрии должны быть почерпнуты из свойства тел, которое открываем в воображении, представляя пространство и в нем троякое деление. Сперва ряд частей смежных, неприкосновенных через одну; потом в одной из них такой же ряд новых частей, прикосновенных к тем двум первого деления, между которыми заключалось целое; наконец, и в сих последних можно представлять такой же ряд в каждой [из] новых частей, прикосновенных к частям первого и второго деления, между которыми заключалось их целое. Но далее уже нельзя представлять деления на части, которые, будучи смежными, не касались бы друг друга через одну и вместе касались бы всех частей прежних трех делений. Короче, нельзя дать более шести сторон телу, когда воображаем его вынутым изнутри пространства помощию такого деления, как здесь сказано: каждое деление обнажит две его стороны и с третьим делением довершится его образование.

Затем можно понять троякое прикосновение тел, например призмы к плоскому телу ее основанием, остреем ребра и остреем угла. Остается сказать, что измерение тел в отношении к прикосновению бывает также троякое: полное измерение и еще два, одно менее полное другого. В неполных измерениях позволяется отбрасывать те части двух прикосновенных тел, которые, принадлежа к одному, не касаются другого. Отделяя в мыслях такие части, как ненужные, доходят в воображении до тонкости листа бумаги, нити, точки от пера на бумаге. Под этим то видом и представляются обыкновенно нашему воображению поверхности, линии, точки, хотя такой род представления служит единственно для облегчения, когда рассуждают об измерении тел в различных отношениях к прикосновению. Действительно, измерение пространства поля не производится ли на самых телах, прикасаясь к поверхности его квадратной доской и не принимая в рассуждение толстоты доски.

Начала геометрии будут заключать в себе только то, что требует учения необходимо геометрического, то есть что прямо ведет к отысканию общих правил для измерения линий, поверхностей и тел: все прочее будет отнесено к применению аналитики. Они будут состоять в следующем:

I. Понятие о геометрических количках. Определение прямой и круговой линии, плоскости и поверхности шара.

II. Измерение прямых линий и дуг в отношении к их окружности. Определение линейных углов. Измерение вырезков шара в отношении к целой поверхности шара, определение плоскостных углов.

III. Положение прямых линий в одной и разных плоскостях, взаимное положение плоскостей, в особенности о линиях и плоскостях перпендикулярных.

IV. Определение телесных углов, их измерение. Исчисление правильных тел.

V. О параллельных линиях и плоскостях. О подобии треугольников.
VI Измерение площадей, ограниченных прямыми линиями.
VII. Измерение призм, пирамид и всех тел, ограниченных плоскостями.
VIII. Общее рассуждение об измерении кривых линий, плоскостей ограниченных кривыми линиями, тел, ограниченных кривыми поверхностями. Применение к кругу, поверхности шара, прямого цилиндра и конуса.

Тригонометрия.

Она разделится на три части в преподавании. Первая, о тригонометрических функциях, будет заключать в себе только необходимое для уразумения двух остальных; полное же учение о тригонометрических функциях откладывается до следующего года, в которой предполагаю особенно заниматься алгебрагическою частию, как я упомянул выше. Вторую часть тригонометрии составляют задачи, относящиеся к разрешению прямолинейных треугольников, а третьею тоже для сферических.

Тригонометрическими функциями от острых углов назовется содержание линий в прямоугольных треугольниках; но определение их распространится и на все возможные значения углов. Потом покажу, как синус и косинус двух дуг составляется из синусов и косинусов каждой. Затем будет говорено о значениях углов, которые отвечают одной тригонометрической функции. Правила для превращения тригонометрических формул в другие, удобнейшие для вычисления. После чего следуют две другие части тригонометрии. Их можно здесь обозреть обе вместе.

Части треугольника, которые должны определять все прочие, бывают те самые части, которые составляют одинаковость треугольников как прямолинейных, так и сферических. Отсюда усматривается, в чем должно состоять учение о разрешении треугольников и какой должен быть ход сего учения. Во-первых, необходимо должны существовать уравнения, которые бы представляли зависимость частей треугольника, составляющих условие одинаковости, от каждой из прочих. Число сих уравнений для прямолинейных треугольников три, для сферических четыре, потому что сферические треугольники бывают одинаковы при равенстве углов, чего нет в прямолинейных. Впрочем сходство тех и других уравнений открывается тотчас же и должно быть замечено затем, чтоб видеть и сходство самых разрешений в обеих тригонометриях, и переход одних треугольников в другие. Из сих уравнений почерпаются решения всех задач, относящихся к треугольникам. Но самые решения бывают различны, и каждое представляет в известных случаях особенные выгоды для вычисления.

Значения линий могут быть только положительные и отрицательные, но последние, как несовместные с понятием треугольника, отбрасываются. Значения углов представляют более затруднения: к ним переходят от тригонометрических функций, и здесь должно показать, чтó именно определяет в треугольниках, когда берут тот, а не другой угол, хотя они оба равно отвечают одной тригонометрической функции.

Переходя все задачи тригонометрии по порядку, к каждой присоединяя исследование о влиянии ошибок таблиц, преимущества решений, другие средства уменьшат это влияние. На все решения дадутся примеры действительного вычисления по таблицам.

Особенно будут рассмотрены сферические треугольники, весьма мало разнящиеся от прямолинейных.

Тригонометрия будет заключать в себе статьи:

I. Определение тригонометрических функций. Главнейшие их свойства.

II. Превращение выражений для удобнейшего вычисления по таблицам.

III. Уравнения, откуда должно проистекать решение всех задач прямолинейной тригонометрии.

IV. Разрешение прямолинейных треугольников.

V. Уравнения для сферической тригонометрии.

VI. Неперовы и Гау совы аналогии.

VII. Разрешение задач сферической тригонометрии.

VIII. О сферических треугольниках, весьма мало разнящихся от прямолинейных.

Аналитическая геометрия.

За тригонометрией следует в моем преподавании Аналитическая геометрия, потому что последняя требует пособия первой. Она ничего не оставляет желать ни со стороны ясности, ни в порядке учения, а потому и обязан преподаватель следовать верно лучшим писателям, в особенности Монжу. Так то совершенно принадлежит более анализу, нежели другим частям чистой математики. Однакож везде найдется для преподавателя что прибавить и улучшить.

Положение точки в пространстве определяют расстояния ее от трех друг к другу перпендикулярных плоскостей. В линиях одно из расстояний, которые называют координаты, произвольно, а два другие от него зависят. В поверхностях две координаты произвольны, а третья зависит от них. Итак для поверхностей должно быть одно уравнение между тремя координатами, а для линий два таких уравнения. Надобно представить себе сначала, что вся кривая линия и поверхность, или по крайней мере вся та часть их, которая подлежит рассмотрению, заключается внутри пространства трех перпендикулярных плоскостей, продолженных только до линий взаимного их пересечения, потом предположить уравнения, выражающие зависимость координат. Естьли здесь к координатам присоединятся постоянные линии, тогда начало координат переменит свое положение, а для всех точек между прежних и новых плоскостей координаты в уравнениях сделаются отрицательными. Так объясняется совершенно достаточно, почему координаты в противном направлении должны означаться в аналитической геометрии противными знаками. Тоже самое и таким же образом доказывается для углов, называемых полярными координатами. Наконец, отсюда проистекает и та важная истина для аналитической геометрии, что алгебрагические уравнения, находимые помощию чертежа для облегчения представления, несмотря на то, что всякой чертеж изображает частной случай, бывают совершенно общими. Например, желая переменить перпендикулярные координаты в полярные, стоит только рассмотреть то положение точки, в котором расстояние ее от начала координат, отброшенное на одну из трех перпендикулярных плоскостей, падает между двух осей, и выражения, найденные для сего случая, равно принадлежат всякому другому.

Для избежания обоюдных значений углов должно постановить правила с какой стороны и в каком направлении они берутся, основываясь всегда на том главном положении аналитической геометрии, что противоположные координаты бывают с противными знаками. Так можно избежать всех трудностей, которые столько старался победить Карно в своей геометрии положений, и достигнуть того, что аналитические выражения будут представлять геометрические количие, и по величине, и в положении их в пространстве.

Уравнения прямой линии всего лучше изображать постоянным содержанием разности координат, следовательно, тремя уравнениями с шестью постоянными, из которых пять определяют уже шестое, а четвертое переменяющееся, кроме трех координат, почитать неизвестным, которое следует всегда к исключению в решениях задач. Чрез это сохранится одинаковой приступ к решениям и соответственность в уравнениях; так что два, три примера служат образцами для всех прочих.

Задачи, относящиеся к прямым линиям, начинаются с определения угла между двух прямых; после чего все прочие делаются или следствиями только из этой, или без посторонней помощи решаются по способам совершенно аналитическим, которые сами собою представляются с первого раза.

Уравнение для плоскости находится, когда дадутся уравнения двух прямых пересекающихся линий, потом сыщется уравнение, которое бы принадлежало всякой прямой линии, положенной на первые две.

Здесь я говорю только о геометрии трех измерений; но геометрия двух измерений ей предшествует и представляется в том же виде и порядке в каком и первая, с теми ограничениями и облегчением, которые ей свойственны. О преподавании последней можно достаточно судить по тому, что сказано о первой.

Уравнения плоской и сферической тригонометрии составляют также задачу аналитической геометрии: одна решается в геометрии двух измерений, а другая в геометрии трех измерений.

Исчисление свойств линий конических сечений не представляет никакого затруднения; но не то бывает с поверхностями второй степени. Я нахожу решение, сделанное профессором Бартельсом, превосходным и могу еще много его облегчить; в других писателях огромность вычислений отвращает предпринимать за ними известное приведение сих уравнений.

Аналитическую геометрию составляют статьи:

I. Определение положения точки в плоскости помощию координат. Уравнения линий одной кривизны. О положительных и отрицательных линиях и углах.

II. Превращение координат в плоскости.

III. Уравнение прямой линии в плоскости. Задачи, сюда относящиеся.

IV. Уравнения конических сечений, разделение сих линий и их главнейшие свойства.

V. Определение площади многоугольников.

VI. Определение положения точки в пространстве. Способ выражать линии и поверхности уравнениями. О положительных и отрицательных линиях и углах. Как находить уравнения для пересечения поверхностей, проекции линий, след поверхности, определять точку пересечения линий.

VII. Уравнение прямой линии в пространстве. Задачи, сюда относящиеся.

VIII. Уравнение плоскости и задачи, к прямым линиям и плоскостям относящиеся.

IX. Превращение координат в прямые, косые и полярные.

X. Уравнения поверхностей второй степени. Главнейшие свойства сих поверхностей.

XI. Уравнения цилиндрических и конических поверхностей. О линиях пересечения конуса и цилиндра.

XII. Уравнения поверхностей вращения и развертывающихся поверхностей.

XIII. Об осях и центрах линий и поверхностей.

Сим заключается аналитическая геометрия. Продолжение ее составляет применение вышшего анализа к геометрии и будет читаться нынешний же год для студентов старшего разряда в дифференциальном исчислении.

Дифференциальное исчисление.

Всякой год повторяются начала дифференциального исчисления, подобно как и некоторые статьи из алгебры, потому что всякой год бывают начинающие слушатели; затем читается или чисто аналитическая часть, или, как нынешний год, геометрическая.

Сперва изъясняется кратко способ приращений, сказав что разумеют под функцией, как можно представлять себе их происхождение, в чем должно заключаться всякое исчисление функций. Затем излагаются основания дифференциального исчисления. Дифференциал функции в отношении к ее переменяющемуся есть новая производная функция чрез то, что в содержании приращения функции к приращению переменяющегося, это последнее приращение полагается нулем, как скоро здесь устранится неопределенность такого содержания. Показывается, как этого достигнуть в употребительнейших функциях: степени, логарифмических и тригонометрических функциях. Как находить дифференциалы сложных функций; упоминается о происхождении функций в аналитике, с чем вместе усматривается и то, что действительно дифференциалы их всегда могут быть найдены. С другой стороны говорится о разложении функций в строки по способу неопределенных множителей и что такое разложение служит также для отыскания дифференциалов. Слушатели упражняются в примерах дифференцирования. Потом толкуются дифференциалы высших степеней, частные дифференциалы, интегрирование.

Общий способ разложения функций в строки. Определение maximum и minimum функции. Тем заключается в нынешнем году аналитическая часть дифференциального исчисления. Применения к геометрии и механике преподаются обширно.

Дифференциальное исчисление вводится в геометрию и механику под видом исчисления приращений и под условием откидывать вышшие степени приращений пред нишшими. Принимая на себя этот новой вид, оно ничего не теряет в прежней точности, потому что переход действительно существует из одного вычисления в другое; и наблюдая предписанное правило откидывать вышшие степени приращений, легко можно убедиться, что вычисление приращений не будет более разниться от дифференциального. Итак, строгость этого исчисления самого по себе остается везде неприкосновенным [sic]; но не таков способ применения его к геометрии и механике, и в этом не должно уже обвинять вычисление, а только наши понятия о тех количих в геометрии и механике, которых измерение не можем ни представить в уме нашем, ни произвести на самом деле, как чрез приближение. Вот почему аналитика избрала границы всех сих приближений за истинные величины, с тем, чтоб они согласовались со всяким действительным измерением и тем более, чем измерение точнее; а всего более с самою природой, невообразимо уточненной в своих началах. Но и самая природа уклоняется от наших вычислений: в геометрии наверно, в механике что-нибудь одно: или наши понятия ложны, или в ней то же, что и в геометрии, то есть вычисления только чрезвычайно близки. Действительно, в природе существует движение привлекаемых тел; но вот вопрос: существует ли на самом деле то, что мы называем скорость и то что мы называем протяжение, как бы удары, повторяемые телу? Согласия наших вычислений наклоняет верить последнему, но и самое это согласие послужит прямым подтверждением: оно может происходить от других причин, и, вероятно, происходит; тогда и наши вычисления могут быть строго верны; за то основания их ложны, понятия наши искусственны и только случайно счастливы, по неизвестным причинам способны заменять истинные. Как бы то ни было, но подобные умствования, естьли их одобрят, могут быть только хороши для тех, кто довольно уже времени и с успехом учился математике и механике, и только тогда, когда он их найдет в книге. Она не у места в преподавании, где очевидность составляет первое достоинство. Я говорю слушателям об элементах тел и сил, как бы они действительно существовали, замечаю что они должны быть чрезвычайно утончены, следовательно, относящееся к єлементам представляет дифференциалы, а относящееся к целому из єлементов должно быть получено чрез интегрирование. Всякой знает, какую ясность доставляет рассмотрение єлементов в геометрии и механике, как просто и ощутительно представляется всякая задача в ее началах; пренебречь этой простотой в преподавании, значило бы лишить слушателей большого пособия, гоняясь за воображаемою какою то строгостию и без нужды стараясь свободить себя от геометрического воззрения. Можно прибавить еще и то, что естьли допустить єлементы в природе, то непонятная несоизмеримость исчезает, невыразимые числа будут искусственные числа, существующие только в знаках аналитики, а не в природе. Вот почему я всегда почитаю бесполезным толковать о несоизмеримости, учение сухое, совершенно лишнее для аналитики и не нужное в применениях ее, естьли следовать тому способу, которой я избрал для моего преподавания.

Содержание дифференциального исчисления будет такое:

I. Определение функций, их происхождение в аналитике. Способ приращения.

II. Способ неопределенных множителей разлагать функции в строки. Разложение приращения функций по степеням приращения, изменяющегося в функции.

III. Определение дифференциалов функции. Дифференциалы употребительнейших простых функций: степени логарифмических функций, синуса и косинуса.

IV. Дифференциалы в отношении к различным переменяющимся, рассматриваемых взаимными функциями. Дифференциалы сложных функций. Общее рассуждение в дифференцировании и упражнения.

V. Способ дифференциального исчисления разлагать функции в строки. Вышшие порядки дифференцирования. Частные дифференцирования.

VI. Главнейшие правила для всех родов интегрирования.

VII. Способ дифференциального исчисления находить длину кривой линии, площадь, ограниченную кривой линией, величину кривой поверхности и объем тела, ограниченного кривыми поверхностями.

VIII. Об интегрировании между определенных границ, некоторые общие правила в системе, применение к длине кривой линии, величине поверхности и объема тел.

IX. О прикосновении линий и поверхностей, о нормальных линиях, полупоперешниках кривизны, касательных кругах и шарах, эллипсисов и т. д. О линиях большей и меньшей кривизны на поверхностях.

X. О развертывающихся линиях и линии развертывания. О развертывающихся поверхностях.
XI. Реш ение задач геометрии в отношении к условиям прикосновения.
XII. О самых больших и самых малых координатах. Применения к теории алгебрагических уравнений.
XIII. Варьяционное исчисление.
XIV. Изложение оснований механики. Аналитическое решение задач механики.
XV. Общие правила о равновесии сил.
XVI. Общие свойства в движении тел. Закон центра тяжести, площадей, живых сил и о меньшом действии.
XVII. Общее рассуждение о решении задач механики, где движение происходит от притягательных сил приметных в расстоянии. Важнейшие примеры, взятые из физики и астрономии.
XVIII. О задачах механики, где притягательные силы приметны в прикосновении. Важнейшие примеры из физики.
XIX. О равновесии и движении жидких тел. Примеры для пояснений и упражнения.
XX. Теория интегрирования линейных уравнений с частными дифференциалами. Применения к распространению звука, теплоты, волн.

Профессор Николай Лобачевский.

ЦГАТ, Ф. 977, оп. 323, № 36, лл. 14—21.

О подготовке этой рукописи к печати Казанским физико-математическим обществом сообщено в заметке «Неопубликованные рукописи Н. И. Лобачевского» в «Красной Татарии», 9 февраля 1941 г., № 33 (6910), стр. 4. По отзыву Н. Н. Парфентьева «Манускрипты Лобачевского, которые готовятся к печати, крайне интересны по той глубине мысли, которую великий геометр в них развивает. Он сумел соединить в одно целое и философическую глубину и свои методические взгляды на преподавание математики, механики и математической физики в университете»; неточно цитирована одна фраза из этой рукописи в статье Н. Н. Парфентьева «Натурфилософия Н. И. Лобачевского» в сборнике «К 125-летию (1804/5—1829/30) Казанского Государственного университета им. В. И. Ульянова-Ленина», 1930, стр. 41 (из раздела «Дифференциальное исчисление»).

219

Конспект Н. И. Лобачевского по преподаванию аналитической механики в Казанском университете в 1824—1825 учебном году

Около 18 августа 1824

Преподавание аналитической механики.

Следуя совету г-а Лапласа, я предпочитаю в моем преподавании общие способы, чрез частные случаи приходя к ним и доказывая потом справедливость их во всей обширности; наконец, снова занимаюсь частными случаями, которые составляют уже всю науку и где многоразличные применения в состоянии устранить всякую темность и победить трудность отвлеченных понятий, чрезвычайно сжатых в общих математических выражениях.

Вычисление дифференциальное одно только в состоянии обнять всю статику и механику, представить все вопросы одним уравнением, которого решения всегда одинакою дорогой ведут к познанию равновесия и движения тел, как скоро известны силы, действующие на тела. О способе дифференциального исчисления много было писано, и математики употребили много усилий доказать строгость сего вычисления. Аналитика, собственное произведение ума человеческого, берет свое начало в несомнительных, первых, простых понятиях о величине, которые напечатлеваются в нашем уме в то самое время, когда он развертывается, и которые служат навсегда твердым основанием для всех суждений. Здесь ничего не может быть произвольно; всё строго, ясно, определенно. Как же скоро человек от своих умозрений хочет перейти к самой природе, он видит, что образцовые его понятия не находят здесь примера, а только представляют одно приближение, весьма тесное, впрочем, по ограниченности наших чувств. Нет точек, линий и поверхностей в телах; вещество их не наполняет всю пустоту места, ими занимаемого; повсюду собранные частички, исчезающие для наших чувств. Противные две силы сохраняют между ними расстояния и не дозволяют им никогда приблизиться друг к другу до прикосновения. Итак, непрерывного изменения значения величин в зависимости, какое предполагаются в аналитике, нет собственно в природе; следовательно, говоря в строгости, здесь нет места дифференциальному вычислению, а только одному вычислению приращений. Но по мере уменьшения приращений оба вычисления сближаются, и в природе уже они близки до неприметной разности. Таким образом, дифференциальное исчисление принимает здесь на себя тот самой вид, под которым представляли его себе математики, первые изобретатели. Естьли новой образ суждения, предложенной Лагранжем в счете функций, может назваться усовершенствованием способа преподавания аналитики, то по крайней мере в применениях к механике напрасно было бы отклоняться от первых простых понятий, а с тем вместе лишить большей ясности в представлении и не дозволить столь легкого приступа судить о равновесии и движении особо над каждой частичкой последнего деления в теле. Лагранж, осмеливаюсь сказать, в своем вычислении функций сделал неудачный опыт другого рода преподавания, и которому он сам не захотел следовать в своей аналитической механике, книге, избранной мною в руководство. В особенности этот способ преподавания, в защищение которого я столько говорю здесь, делается необходимым для ясного уразумения движения, сообщаемого притягательными силами.

Понятия о силе, движении, скорости, массе полагаю я в основание механике, откуда вся наука выводится уже прямо суждением. От ясности первых понятий зависит успех всего учения, а потому и почитаю лучше утвердить в них всякого лишним повторением, нежели допустить темность, предположив, что они легко были приобретены. Я начинаю механику с соединения сил, действующих на одну точку. Перехожу к равновесию твердой системы и твердых тел, каковы они в природе; но это только предварительное учение, которое должно служить в последствии примером и подтверждением общего способа. Снова обращаюсь к равновесию одной точки под особенными условиями, откуда рождаются силы сопротивления и которые можно представлять поверхностию или линией, ограничивающею свободу движения точки. Прихожу к уравнению, которое одно заключает в себе все нужное для определения обстоятельств, сопровождающих равновесие. Не оставаясь при одних аналитических выражениях, толкую правило получаемых скоростей (principe des vitesse virtuelles) на чертеже, чтоб сделать ощутительнее представление, и, наконец, объясняю, как обнаруживается это правило в движении нарушенного равновесия тел. Остается доказывать это правило во всяком случае равновесия, над всякою связью тел, при всяких условиях. Слишком большая обширность сего правила и бесконечное различие возможных условий, которым подчиняются тела в своем движении, представляли столь много затруднения обнять их в доказательстве, что должно откровенно сказать: совершенно удовлетворительного объяснения нет. Лагранж начинает прямо отсюда свою Механику; Лаплас, кажется, хочет уклониться от ответа и скрыться в выражениях неопределенных. Пуассон и Фурье сделали более и даже всё необходимое: они рассмотрели все случаи, какие действительно могут встретиться в природе. Я думаю, что могу пополнить недостаток, однакож хочу ожидать прежде суждения других и до времени следовать в преподавании примеру знаменитых математиков Пуассона и Фурье. Так начинаю я с простейшего случая, где в связи тел предполагается одно условие непременности расстояний. Этот случай заключают в себе теорию равновесия цепей, гибких нитей, обращательное движение твердых тел, равновесие твердых, но гибких и упругих тел. Наконец, сближаясь еще более с природой, преподаю общие законы равновесия в машинах, сопротивление в них от трения и негибкости веревок. О движении точно равномерном, ускоренном от действия тяжести. Вообще о движении точки, побуждаемой притягательною или отталкивающею силой. О движении тел в сопротивляющейся средине, в воздухе при восхождении и падении. Движение криволинейное. Пример брошенных наклонно тел в воздухе. Движение еллиптическое планет. Законы Кеплера. Движение простых и сложных маятников в пустоте и сопротивляющейся средине. Сражение тел. Общие свойства движения тел. Объяснение отличительного свойства жидких тел несжимаемых и упругих. Применение сюда общего правила равновесия. Уравнение, изображающее равновесие жидких тел. Давление от тяжести и равновесие в сосудах при одной силе притяжения земли. Понятия о насосах. Равновесие плавающих тел. Употребление барометра при измерении высот. Движение жидких тел. Уравнение для поверхности. Условие непрерывности массы. Профессор Николай Лобачевский.

ЦГАТ, Ф. 977, оп. 323, № 36, лл. 22—23.

О подготовке рукописи к печати Казанским физико-математическим обществом сообщено в заметке «Неопубликованные рукописи Н. И. Лобачевского» в «Красной Татарии» 9 февраля 1941 года, № 33 (6910), стр. 4; цитаты из нее в статье Н. Н. Парфентьева «Натурфилософия Н. И. Лобачевского» в сборнике «К 125-летию (1804/5 — 1929/30) Казанского Государственного университета им. В. И. Ульянова-Ленина», 1930, стр. 40—41.

220

Из представления Издательного комитета Казанского университета и. д. директора Казанского университета Г. Б. Никольскому о разделении трудов между членами Комитета

10 января 1825

Господину исправляющему должность директора университета.

При слушании предписания Вашего высокородия от 30-го декабря прошлого 1824 года за № 512-м касательно изыскания средств к исправлению издания Казанского Вестника, в Издательном Комитете определено: [. . .] Что-же касается до разделения трудов по изданию Казанского Вестника между членами Комитета, то определено донести Вашему высокородию, что еще в начале прошлого 1824-го года труды между издателями распределены были нижеследующим образом, а именно: господин председатель оного ординарный профессор Городчанинов принял на себя рассмотрение статей нравственных и богословских, гг. профессоры Булыгин, Дунаев и Лобачевский взяли на себя труд доставлять статьи ученые, г. профессор Суровцов политические, а адъюнкту Рыбушкину, кроме ведения дел по Издательному комитету, поручено было составлять начальственные распоряжения и статьи о пожертвованиях. Порядок сей сохраняем был во всей точности до сего времени и останется таковым на 1825-й год с тем однакож, что всякой из гг. членов Издательного комитета обязывается каждый месяц представлять какое-либо сочинение или перевод для помещения в Казанском Вестнике.

Председатель *Григорий Городчанинов.*
Адъюнкт Михаил Рыбушкин.

Н. П. Лихачев. Казанский Вестник (история издания и указатель содержания), Книговедение, 3 сентября 1894, № 7—8, стр. 88—89, приложение № 42 (2). Там же (стр. 89—90) в приложении № 42 (3) напечатано представление Г. Б. Никольского к попечителю Казанского учебного округа М. Л. Магницкому от 12 января 1825 г. за № 11 по этому же вопросу, с точным воспроизведением приведенного выше текста.

221

Из донесения и. д. директора Казанского университета Г. Ф. Вишневского попечителю Казанского учебного округа М. Л. Магницкому о происшествии на заседании Строительного комитета

11 февраля 1825

С прискорбием должен довести до сведения Вашего превосходительства неприятное происшествие, случившееся 11-го февраля. В заседании